

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
ФАКУЛТЕТ ЗАШТИТЕ НА РАДУ

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ
МАТЕМАТИКЕ

Ниш, 10. 9. 2026.

1. Скратити разломак: $\frac{a^2 + ab + a + b}{a^2 + 2ab + b^2}$. Под којим условима је скраћивање могуће?

Решење.

$$\frac{a^2 + ab + a + b}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{a(a+b) + (a+b)}{(a+b)(a+b)} = \frac{(a+1)(a+b)}{(a+b)(a+b)} = \frac{a+1}{a+b}.$$

Скраћивање је могуће ако је $a + b \neq 0$.

2. Решити систем једначина:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y - 9 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

Решење. Из друге једначине добијамо да је $y = 3x - 1$, па прва једначина постаје:

$$x^2 + (3x-1)^2 + 2(3x-1) - 9 = 0, \text{ односно } x^2 + 9x^2 - 6x + 1 + 6x - 2 - 9 = 0, \text{ и коначно } 10x^2 - 10 = 0.$$

Сада решавамо квадратну једначину $10x^2 - 10 = 0$ ($a = 10, b = 0, c = -10$):

$$x_{1/2} = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-10)}}{2 \cdot 10} = \frac{0 \pm 20}{20}; \quad x_1 = \frac{-20}{20} = -1; \quad x_2 = \frac{20}{20} = 1.$$

Добијамо: $y_1 = 3x_1 - 1 = 3 \cdot (-1) - 1 = -4$ и $y_2 = 3x_2 - 1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$. Решења система су: $(-1, -4)$ и $(1, 2)$.

3. Помоћу смене $t = x^2$ решити следећу биквадратну једначину: $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.

Решење. Ако ставимо $t = x^2$ онда једначина $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$ постаје $t^2 + 8t - 9 = 0$. Сада је:

$$t_{1/2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm 10}{2}; \quad t_1 = \frac{-18}{2} = -9; \quad t_2 = \frac{2}{2} = 1.$$

Случај $x^2 = -9$ доводи до $x_1 = -3i$ и $x_2 = 3i$. Из $x^2 = 1$ следи $x_3 = -1$ и $x_4 = 1$.

4. Наћи $\cos 2x$ и $\sin 2x$ ако x припада другом квадранту и ако је $\cos x = -\frac{2}{3}$.

Решење.

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1.$$

Сада имамо:

$$\cos 2x = 2 \left(-\frac{2}{3} \right)^2 - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}.$$

Како x припада другом квадранту, онда је $\sin x > 0$. Сада следи:

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Коначно:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{5}}{9}.$$

5. Решити једначину: $\log(x - 1) = 2 - \log 20$.

Решење.

$$\log(x - 1) + \log 20 = 2, \quad \log 20(x - 1) = 2, \quad 20(x - 1) = 10^2 = 100,$$

$$x - 1 = 5, \quad x = 6.$$

Решење дате једначине је $x = 6$.